Grado M+I
Curso 2015-2016

Cálculo I

Matemática Aplicada
ETSII-UPM

Conjuntos numéricos - Entrega 2

Números reales

APELLIDOS:
NOMBRE:

Ejercicio 1. Prueba que el número $\sqrt{2} + 1/2$ no es racional.

Ejercicio 2. Decide si las siguientes afirmaciones son ciertas, razonando la respuesta.

1. Para todo α, β números irracionales se tiene que $\alpha + \beta$ es irracional.

2. Si α es irracional y $\dfrac{p}{q}$ es racional entonces $\alpha + \dfrac{p}{q}$ es irracional.

3. Sean $x, y \in \mathbb{R}$, si $x^2 = y^2$ entonces $x = y$.

Ejercicio 3. Encuentra el ERROR en las siguientes resolución: Para resolver $\dfrac{x+1}{x-1} \geq 1$:

$$\frac{x+1}{x-1} \geq 1 \Leftrightarrow x+1 \geq x-1 \Leftrightarrow 1 \geq -1,$$

como esto es cierto para todo $x \in \mathbb{R}$, se tiene que todo número real es solución de la ecuación anterior. En particular $x = -1$ será una solución y se tiene:

$$0 = \frac{-1+1}{-1-1} \geq 1 \quad \textbf{(!!) contradicción.}$$

Ejercicio 4. Resuelve las siguientes desigualdades, representa gráficamente el conjunto de soluciones e indica si es acotado y si tiene máximo, mínimo, supremo, ínfimo.

1. $-3 \leq -6x$
2. $|x+1| \leq 5$
3. $x > \dfrac{1}{x}$
4. $\dfrac{|x+1|}{|x-1|} \leq 1$

	solución	cota sup	cota inf	Máx	mín	Sup	Inf
1							
2							
3							
4							

Ejercicio 5. Representa los siguientes conjuntos y estudia si están acotados inferior o superiormente, encuentra cotas y el supremo y el ínfimo, en el caso de que existan.

$A = (-\infty, 3)$ $\qquad B = (2, 8]$ $\qquad C = \{\frac{1}{n} | n \in \mathbb{Z}, n \neq 0\}$

$D = [3, 10]$ $\qquad E = \{\frac{1}{n} | n \in \mathbb{N}\}$ $\qquad F = \{1 + \frac{1}{n} | n \in \mathbb{N}\} \cup \{1\}$

	representación	cota sup	cota inf	Máx	mín	Sup	Inf
A							
B							
C							
D							
E							
F							

Ejercicio 6. En cada una de las siguientes intersecciones infinitas, halla el conjunto y razona si se puede aplicar o no el "Principio de los intervalos encajados".

$i) \bigcap_{n=1}^{\infty} \left[-\frac{5^n}{9^n}, \frac{1}{3^n} \right]$ $\qquad ii) \bigcap_{n=1}^{\infty} (0, \frac{1}{2^n})$ $\qquad iii) \bigcap_{n=1}^{\infty} [0, 1 + \frac{1}{2^n}]$